DOI: 10.36243/fmtu-2005.43

X. FIATAL MŰSZAKIAK TUDOMÁNYOS ÜLÉSSZAKA

Kolozsvár, 2005. március 18-19.

FOTONIKUS KRISTÁLYOKBAN LÉTREJÖVŐ SZUPERLUMINÁLIS HATÁS NUMERIKUS VIZSGÁLATA

Szabó Zsolt, Szipőcs Róbert, Kádár György

Abstract

In this paper the simulation of a superluminal effect observable in photonic crystals is presented. The photonic crystals are periodical structures fabricated from dielectric materials presenting periodicity and dimensions comparable with the wavelength of the visible light. Therefore the required dimensions are some hundreds of nanometers for visible light. Consequently the Maxwell equations can be applied to describe the behavior of the light in such structures, without involving the equations of quantum mechanics. The Finite Difference Time Domain method is applied to solve the Maxwell equations. Passing a Gaussian pulse through the photonic crystal the frequency response can be investigated. The frequencies spectrum shows that permitted and forbidden frequency bands appear. This is similar to the behavior of the electrons in solid crystals where the band structure gives the frequency of the permitted eigenvalues. Passing sinusoidal modulated Gaussian type pulse through the photonic crystal with the property that it contains just forbidden frequencies (taking the Fourier transform of the signal it fits in a band gap) for the group velocity (the velocity of the maximum amplitude of the pulse) higher values can be obtained than the speed of the light. This phenomenon can be regarded as the optical correspondence of the electron tunneling in ordinary crystals.

1. Bevezetés

A húszadik század elején a kvantummechanika alaptörvényeinek felismerésekor, Schrödinger olyan egyenletet dolgozott ki, amelynek segítségével meghatározható, hogy egy részecske milyen valószínűséggel található különböző helyeken [1]. Ez az egyenlet nagyon hasonlít a fény terjedését leíró, a Maxwell egyenletekből levezethető hullámegyenletre (lásd Táblázat 1).

	Elektron a kristályban	Fény a periodikus szerkezetben
Tér	$\Psi(\mathbf{r},t)$	$\mathbf{H}(\mathbf{r},t)$
Egyenlet	$\mathrm{H}\Psi = E\Psi$	$\Theta\mathbf{H} = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \mathbf{H}$
Operátor	$\mathrm{H} = -\left(\frac{\hbar^2}{2m}\right)\nabla^2 + V(\mathbf{r})$	$\Theta = \nabla\times\left(\left(1/\varepsilon(\mathbf{r})\right)\nabla\times\cdot\right)$

Táblázat 1: A kvantummechanikai és elektromágneses hullámegyenletek összehasonlítása

Matematikai szempontból mindkét esetben egy hermitikus operátort alkalmazunk, részecskék esetén az amplitúdó függvényre, fény esetén a mágneses térerősségre, így kapjuk a megoldandó parciális differenciálegyenletet. Ez a formai hasonlóság vezetett olyan mesterséges anyagok létrehozásához, amelyek a kristályok optikai megfelelőjének tekinthetők.

A fotonikus kristályok olyan dielektromos anyagból készített periodikus szerkezetek, amelynek méretei és periodicitása összevethető a látható fény hullámhosszával. Mivel ez a hullámhossztartomány néhány száz nanométer (vörös fény 700 nm — ibolyaszínű fény 400 nm) ezért ezek a struktúrák is néhány száz nanométer nagyságú periodikusan ismétlődő elemi cellákból vannak felépítve. A jellemző méretek körülbelül ezer nagyságrenddel nagyobbak az atomi méreteknél, még értelmezhetők a makroszkopikus mennyiségek és érvényesek a statisztikus törvények. Ezért vizsgálhatók a fotonikus kristályok a Maxwell egyenletekkel, nem szükséges atomi szintű, kvantummechanikai elmélet.

Egy részecskének az áthaladása potenciálfalon alagút efektussal a kvantummechanika egyik legérdekesebb jelensége. A részecske viselkedéséről a potenciálfal belsejében csak indirekt információink vannak mivel a jelenség időbeli lefolyása $10^{-15} - 10^{-16}$ s nagyságrendű, ami jóval kisebb, mint a kísérletileg elérhető legnagyobb mérési pontosság. Ebben a dolgozatban az alagút jelenséghez hasonló fényterjedési folyamatot vizsgálunk egydimenziós fotonikus kristályok esetén.

2. Időbeli véges differenciák módszere fotonikus kristályokban létrejövő hullámterjedés vizsgálatára

Az időbeli véges differenciák módszerének [2] segítségével a Maxwell egyenletekből kapott parciális differenciál egyenletek algebrai egyenletekké alakíthatók. Az 1. ábrán látható Bragg tükör tekinthető a legegyszerűbb fotonikus kristálynak. Elemi cellákra osztva a vizsgált tartományt (lásd 2.a ábra) és véges differenciákkal közelítve a parciális deriváltakat, az elektromágneses tér komponensei a következő iteratív eljárással számíthatók ki

$$E_x\Big|_k^{t+1} = \frac{2\varepsilon - \sigma\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} E_x\Big|_k^{t} - \frac{2\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t}\frac{1}{\Delta z}\left(H_y\Big|_{k+\frac{1}{2}}^{t+\frac{1}{2}} - H_y\Big|_{k-\frac{1}{2}}^{t-\frac{1}{2}} \right) \tag{1}$$

$$H_y\Big|_{k+\frac{1}{2}}^{t+\frac{3}{2}} = H_y\Big|_{k+\frac{1}{2}}^{t+\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{\mu\Delta z}\left(E_x\Big|_{k+1}^{t+1} - E_x\Big|_k^{t+1} \right), \qquad k = 0\ldots, \qquad t = 0\ldots \tag{2}$$

ahol Δz egy elemi cella mérete, Δt az időlépés, $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$ a dielektromos állandó, $\mu = \mu_0$ a mágneses permeabilitás, σ a vezetőképesség. A tartomány határain nem alkalmazható (1) és (2), mivel nem ismerjük a szükséges térértékeket. Hogy elkerüljük a nem kívánt hullámvisszaverődéseket, elsőfokú Mur típusú elnyelő peremfeltétel alkalmazható [2], például a tartomány alsó határán

$$E_x\Big|_0^{t+1} = -E_x\Big|_1^{t-1} + \frac{c\Delta t - \Delta z}{c\Delta t + \Delta z}\left(E_x\Big|_1^{t+1} + E_x\Big|_0^{t-1} \right) + \frac{2\Delta z}{c\Delta t + \Delta z}\left(E_x\Big|_0^{t} + E_x\Big|_1^{t} \right) \tag{3}$$

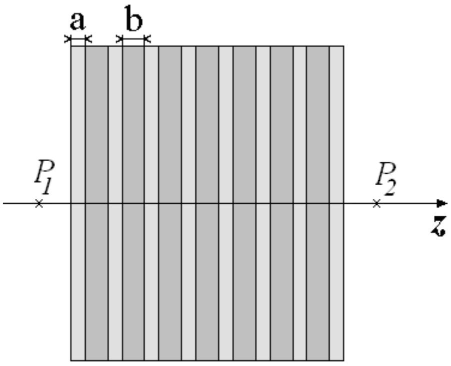
ahol $c = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$ a fény terjedési sebessége. Az elektromos és mágneses térerősségeket a következő alakba írva

$$E_x^{teljes} = E_x^{előírt} + E_x^{visszavert}, \quad H_y^{teljes} = H_y^{előírt} + H_y^{visszavert}, \tag{4}$$

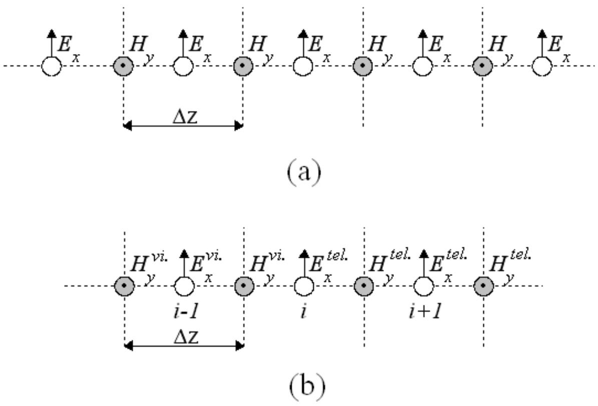
és felosztva a vizsgált tartományt visszavert és teljes térkomponenseket tartalmazó részekre (lásd 2.b ábra) a tartományok határán lehetőség van tetszőleges alakú síkhullám előírására. Az előzőekben bemutatott időbeli véges differencia egyenletek csak a tartomány-határokon módosulnak. Például a visszavert–teljes térrész határán

$$E_x^{teljes}\Big|_i^{t+1} = \frac{2\varepsilon - \sigma\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} E_x^{teljes}\Big|_i^{t} - \frac{2\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t}\frac{1}{\Delta z}\left(H_y^{teljes}\Big|_{i+\frac{1}{2}}^{t+\frac{1}{2}} - H_y^{visszavert}\Big|_{i-\frac{1}{2}}^{t-\frac{1}{2}} - H_y^{előírt}\Big|_{i-\frac{1}{2}}^{t-\frac{1}{2}} \right),$$

$$H_y^{visszavert}\Big|_{i-\frac{1}{2}}^{t+\frac{3}{2}} = H_y^{visszavert}\Big|_{i-\frac{1}{2}}^{t+\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{\mu\Delta z}\left(E_x^{teljes}\Big|_i^{t+1} - E_x^{előírt}\Big|_i^{t+1} - E_x^{visszavert}\Big|_{i-i}^{t+1} \right). \tag{5}$$



1. ábra A vizsgált periodikus elrendezés



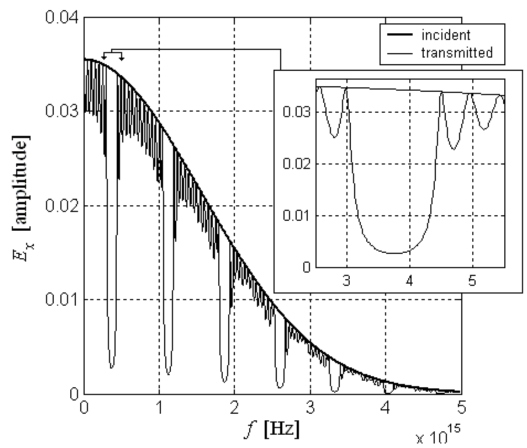
2. ábra A térbeli véges differencia rács

3. Szuperluminális hatás fotonikus kristályokban

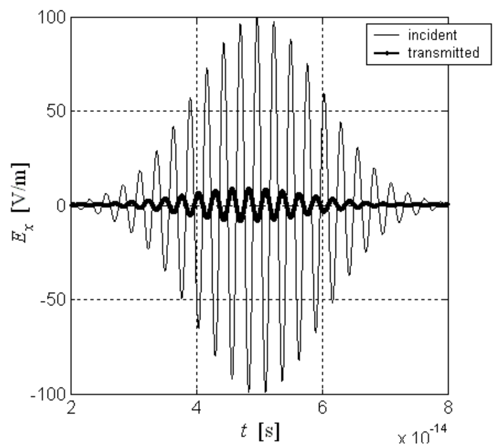
A fotonikus kristály vizsgálatát frekvenciatartománybeli analízissel kezdjük. Az időbeli véges differenciák módszerével maghatározzuk az $\varepsilon_{r1} = 5.29$, $\varepsilon_{r2} = 2.1$ dielektromos állandójú, $\sigma = 0$ vezetőképességű, $a = 87$ nm és $b = 138$ nm vastagságú, 7 rétegből álló struktúra hatását egy rajta áthaladó Gauss alakú síkhullám csomagra. Eltárolva minden időlépésben az elektromos térerősség értékét a struktúra előtti P_1 pontban, majd a tranziens eltűnése után Fourier sorfejést alkalmazva meghatározhatók azok a frekvenciák, amelyek nem haladnak át a struktúrán (lásd 3. ábra). A spektrum tiltott sávokat mutat, amelyek hasonlóak a félvezetők esetén létrejövő tiltott sávokhoz. A különbség az, hogy kvantummechanikában a sávszerkezet megadja az engedélyezett sajátértékek energiáját, periodikus struktúrák esetén a sávszerkezet megmutatja az engedélyezett módusok frekvenciáját. Gerjesszük a fotonikus kristályt egy olyan Gauss alakú modulált síkhullámcsomaggal

$$E_x^{előírt} = E_0 e^{-\left(\frac{t-t_0}{t_w}\right)^2} \sin\left(2\pi f_0 t\right), \tag{6}$$

amelynek hordozófrekvenciája $f_0 = 3.75 \cdot 10^{14}$ Hz az első tiltott sáv közepére esik, szélessége $t_w = 1.4509 \cdot 10^{-14}$ s, így a jel csak tiltott sávbeli frekvenciákat tartalmaz, amplitúdója $E_0 = 100$ V/m, késleltetése $t_0 = 4.3529 \cdot 10^{-14}$ s. A fotonikus kristály mögött egy P_2 pontban vizsgáljuk az átjutott hullámokat. A vizsgált elrendezés esetén a 4. ábrán bemutatott elektromos térerősséget kapjuk. Összehasonlítva a struktúrán áthaladó hullámcsomag csoportsebességét a vákuumban terjedő hullámcsomagéval azt tapasztaljuk, hogy a csoportsebesség nagyobb, mint a vákuumbeli terjedés esetén, az időeltérés $\Delta\tau = 1.2478$ fs. Különböző hosszúságú struktúrák esetén az átjutott hullámcsomag csoportsebessége növekszik, azonban az amplitúdók nagysága rohamosan csökken. Ha a struktúra 9 periódusból áll $\Delta\tau = 2.7641$ fs, 11 periódus esetén $\Delta\tau = 4.2441$ fs, ezek az értékek pontosan egyeznek a mérési eredményekkel [3].



3. ábra A periodikus struktúra sávszerkezete



4. ábra A hullámcsomag késleltetése

Konklúzió

Az a jelenség, hogy a fotonikus kristályokban egy hullámcsomag csoportsebesség nagyobb lehet a vákuumban való terjedéshez képest, nem sérti a kauzalitás elvét, ugyanis az átjutott hullámcsomag maximális amplitúdója jóval kisebb a vákuumban terjedő hulláméhoz képest, tehát az energia terjedésének sebessége kisebb, mint a fénysebesség.

Köszönetnyilvánítás

Köszönjük a Magyary Zoltán posztdoktori ösztöndíj és az OTKA (T 046696) támogatását.

Referenciák

[1] Gombás Pál, Kisdi Dávid, Bevezetés az elméleti fizikába, 2 kötet, Akadémiai kiadó, Budapest, 1971.

[2] A. Taflove, Computational Electrodynamics, Artech House, Boston, 1995.

[3] Ch. Spielmann, R. Szipőcs, A. Stingl, F. Krausz, Tuneling of Optical Pulses through Photonic Band Gaps, Phys. Rev. Letters, vol 73, nr. 17, 1994, pp. 2308-2311.

Szabó Zsolt PhD,
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Atomfizika Tanszék, szabo@tateyama.hu,
Szipőcs Róbert PhD, MTA Szilárdtestfizikai és Optikai Kutatóintézete, rsz@szfki.hu,
Kádár György PhD, az MTA doktora,
MFA Műszaki Fizikai és Anyagtudományi Kutatóintézet, kadargy@mfa.kfki.hu.