

A MODUL CSIGAMARÓ HOMLOKFELÜLETÉNEK KÖSZÖRÜLÉSÉRŐL

ABOUT THE GRINDING OF GEAR HOB'S RAKE FACE

Hodgyai Norbert,¹ Drăgoi Mircea Viorel,² Tolvaly-Roșca Ferenc,³ Máté Márton⁴

¹ Brassói „Transilvania” Egyetem, Doktori Iskola, Brassó, Románia, hodgyai@ms.sapientia.ro

² Brassói „Transilvania” Egyetem, Gépgyártástechnológiai és Ipari Menedzsment Kar, Brassó, Románia, dragoi.m@unitbv.ro

³ Sapientia EMTE, Marosvásárhelyi Kar, Gépészmérnöki Tanszék, Marosvásárhely, Románia, tferi@ms.sapientia.ro

⁴ Sapientia EMTE, Marosvásárhelyi Kar, Gépészmérnöki Tanszék, Marosvásárhely, Románia, mmate@ms.sapientia.ro

Abstract

The most simple and robust construction of the monolithic gear hobs present a common helical rake face for a given line of teeth, whose generatrix is a straight-line segment perpendicular to the hob's axis while its directory is a helix, perpendicular to the pitch helix. As a consequence, constructive rake angles are zero on all edges. Total curvatures of such a surface are negative. Thus, it can be grinded only using the conical surface of a platter type grinding wheel, or a grinding bit. Despite this, some industry practices, possibly for reasons of simplicity and cost lowering, involve the plain grinding surface, supposed to a helical motion. This paper deals with the CAD-simulation of the grinding process using the plain wheel surface, and it shows the differences between the theoretical and rake face and the real obtained helical surface.

Keywords: gear-hob, rake face, grinding, meshing, through-cut.

Összefoglalás

A monolit felépítésű modul csigamarók homlokfelülete – adott fogsor számára – közös, állandó emelkedésű csavarfelület. Ennek alkotógörbéje a szerszám tengelyét metsző és rá merőleges egyenes szakasz, míg a vezérgörbéje az osztóhengeri vezércsavarvonalra merőleges csavarvonal. Következésképpen, a konstruktív homlokszög értéke az összes élpontban nulla. Az ilyen csavarfelületek teljes görbületei, illetve negatív értékek. Emiatt helyesen élezni a felületet kizárólag egy tányértípusú köszörútárcsa kúpos részével vagy egy köszörűszárral lehet. Ennek ellenére létezik olyan ipari gyakorlat, amely a köszörútárcsa sík felületét használja, valószínűleg az egyszerűség és költségcsökkentés miatt. Jelen közlemény a köszörútárcsa sík felületével való megmunkálás CAD-szimulációját mutatja be, és elemzi az elméleti és a valós csavarfelület közötti különbségeket.

Kulcsszavak: csigamaró, homlokfelület, köszörülés, burkolás, elmesztés.

Jelölések

- m_n – normál modul [mm];
- α_o – normál kapcsolószög [°];
- p_c – a forgácshorony csavarparamétere [mm];
- λ_o – a csigamaró vezércsavarvonalának dőlésszöge [°];
- λ_x – a köszörútárcsa síkja és a csigamaró tengelye által bezárt szög, [°];
- R_o – osztóhenger-átmérő, [mm];
- R_a – fejhengerátmérő, [mm];

- R_f – lábhengerátmérő [mm];
- a_w – tengelytáv, [mm];
- ν – a felület normál-egységvektora

1. A csigamaró homlokfelületének matematikai modellje

A csigamaró homlokfelülete egy olyan p_c paraméterű csavarfelület [1, 2], melyet egy, a csigamaró tengelyét metsző egyenes generál (1. ábra). A Σ csavarfelület parametrikus egyenletei a következők:

$$\begin{cases} x_2(u, \varphi) = p_c \varphi \\ y_2(u, \varphi) = u \cos \varphi \\ z_2(u, \varphi) = -u \sin \varphi \end{cases} \quad (1)$$

2. A köszörútárcsa és a csigamaró relatív mozgása

Tekintsük meg a 2. ábrán megjelenített geometriai elemeket. Három koordinátarendszert alkalmazunk: az S_0 álló, valamint az S_1 és S_2 , a köszörútárcsához, illetve a csigamaróhoz csatolt rendszereket. A köszörútárcsa relatív elmozdulása a csigamaróhoz viszonyítva abból adódik, hogy amíg a csigamaró a saját tengelye körül φ szöggel elfordul, a köszörútárcsa a csigamaró tengelye mentén, a vezércsavarvonal emelkedési irányának megfelelően, a $p_c \varphi$ távolsággal mozdul el. Ennek alapján felírható a következő mátrixegyenlet:

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{M}_{20} \mathbf{M}_{01} \mathbf{r}_1 \quad (2)$$

A (2) egyenletben szereplő mátrixok alakja a következő:

$$\mathbf{M}_{20} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{01} = \begin{pmatrix} \cos \lambda_x & 0 & \sin \lambda_x & p_c \varphi \\ 0 & 1 & 0 & a_w \\ -\sin \lambda_x & 0 & \cos \lambda_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

A tengelytáv a lábhengersugár és a tárcsa legnagyobb sugarának összege:

$$a_w = R_f + R_p \quad (4)$$

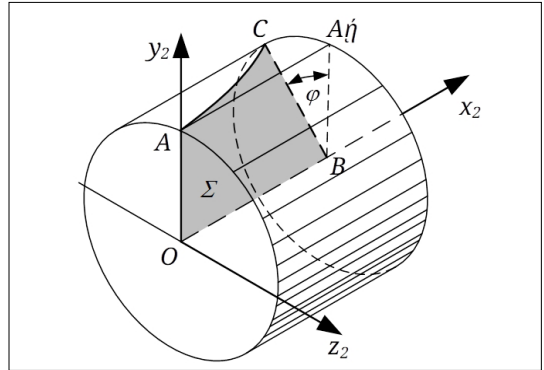
A köszörútárcsa síkjának egyenleteit polárkoordinátákban adjuk meg:

$$\begin{cases} x_1(\rho, \theta) = \rho \sin \theta \\ y_1(\rho, \theta) = -\rho \cos \theta \\ z_1 = 0 \end{cases} \quad (5)$$

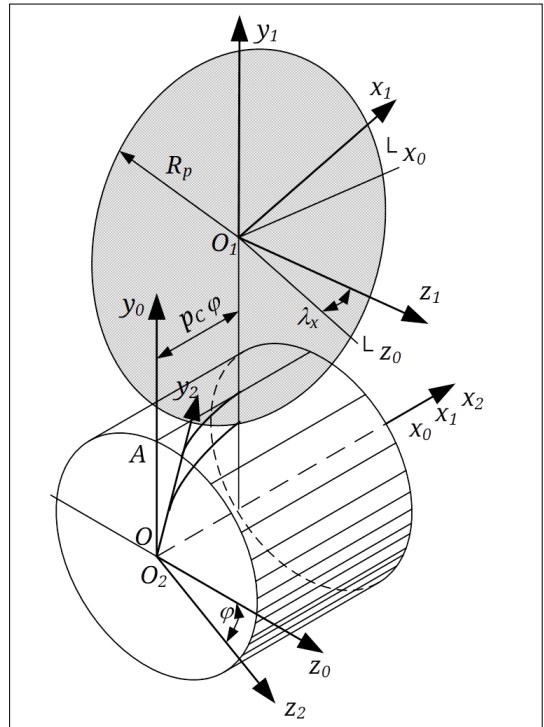
A (2) egyenlet segítségével felírhatjuk a köszörútárcsa bármely pontjának relatív elmozdulását a csigamaróhoz képest, és ezáltal képet alkothattunk a keletkező forgácshoronyról.

Elsősorban itt le kell szögeznünk, hogy ez esetben nem burkolásból, hanem elmozdulások végtelen és folytonos sorozatából keletkezik a köszörült felület. Ennek tanulmányozása a Monge-tégla segítségével is lehetséges [3].

Tekintsük az (1) egyenletekkel megadott csavarfelületet. Az ehhez tartozó első-, illetve másodrendű főmennyiségek, a számítások [4] mellőzésével, a következők:



1. ábra. Az elméleti csavar-homlokfelület



2. ábra. A z alkalmazott koordinátarendszerek

$$\begin{cases} E = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} = 1 \\ F = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi} = 0 \\ G = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi} = p_c^2 + u^2 \\ L = -\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \cdot \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial u} = 0 \\ M = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \cdot \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial u} \right) = \frac{p_c}{\sqrt{p_c^2 + u^2}} \\ N = -\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \varphi} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

A főgörbületek értékét adó
 $(EG - F^2)k^2 - (EN - 2FM + GL)k + (LN - M^2) = 0$ [4]
 másodfokú egyenlet a

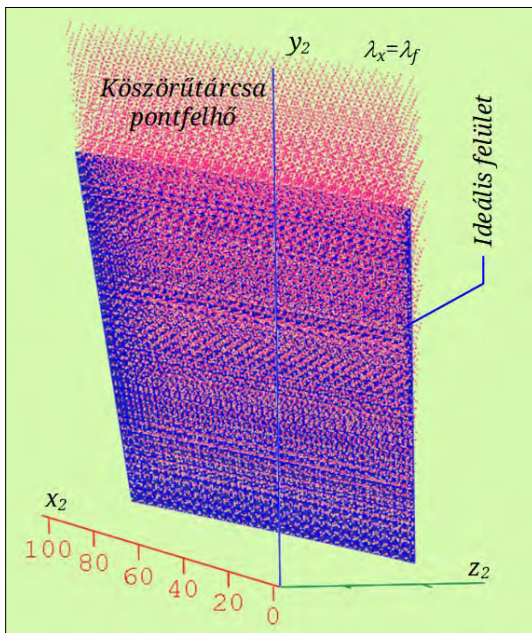
$$(p_c^2 + u^2)k^2 - \frac{p_c^2}{p_c^2 + u^2} = 0 \quad (7)$$

alakot ölti, melynek gyökei

$$k_{1,2} = \pm \frac{p_c}{p_c^2 + u^2} \quad (8)$$

Akár a (8) képlet értelmezésével, akár az $LN-M^2$ kifejezés előjelének vizsgálatából kiderül, hogy a felület bármely pontja hiperbolikus pont, azaz a teljes vagy Gauss-féle görbület negatív. Ebből az következik, hogy a felület bármely pontjában az érintősík belevág a felületbe, azaz, a pozitív főgörbületnek megfelelő normálgörbe az érintősík egyik, míg a negatív főgörbületnek megfelelő normálgörbe az érintősík másik oldalán helyezkedik el. A köszörűtárcsa sík oldalával nem lehet az (1) egyenletekkel megadott felületet elkészíteni. A gyakorlat viszont azt mutatja, hogy folytonos, sima felület képződik az említett eljárással is. Ennek a modellezésére viszont a burkolási elmélet nem megfelelő.

A kijelentés szimulációval történő felülvizsgálatára $m_n = 5$ mm modulú, $\lambda_0 = 3,5^\circ$ vezércsavarvonal-dőlésszögű, egyetlen bekezdésű csigamarót



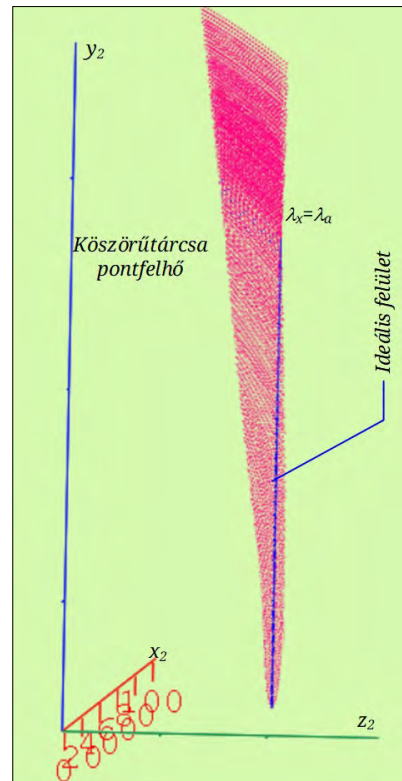
3. ábra. A köszörűtárcsa nyoma és az ideális felület a $\lambda_x = \lambda_f$ – legkisebb köszörűtárcsa tengelykidöntési szög mellett

vettünk. A köszörűtárcsa által létrehozott pontfelhőt rendre a $\lambda_x = \lambda_f$, $\lambda_x = \lambda_0$ és $\lambda_x = \lambda_a$ értékekre generáltuk ki, melyből a láb- és a fejhengerforgácshorony-csavarvonalnak megfelelő beállítások eredményét szemléltetjük, a 3. és 4. ábrán. Észre lehet venni, amint várható volt, hogy minél nagyobb a λ_x tengelykidöntési szög, annál nagyobb lesz a különbség a két felület között.

A tárcsa által generált pontfelhő minden esetben eltakarja az ideális felületet, amiből következtethető, hogy folyamatos elmettszéssel, azaz interferenciával szembesülünk. A valóban generált felületet a CAD-modellek alkalmazása mellett tanulmányozzuk a továbbiakban.

3. A CAD-modell szerkezete

A megfelelő CAD-modell elkészítéséhez a szerző geometriájának ismerete elengedhetetlen [5]. A csigamaró modelljének elkészítéséhez figyelembe kell vennünk a szakirodalomban tárgyalt megoldásokat, a hagyományos szerszámgépekkel történő megmunkálási lépéseket és a technológiai egyszerűsítések hatását.



4. ábra. A köszörűtárcsa nyoma és az ideális felület a $\lambda_x = \lambda_0$ – legnagyobb köszörűtárcsatengelykidöntési szög mellett

3.1. A csigamaró elkészítése

Az evolvens csigahajtás a ferdefogú hengeres, evolvens fogaskerekek egy olyan sajátos esete, amikor a fog dőlésszöge oly nagy, hogy az egyik elem – a csiga – teljes fogazata egyetlen fogból áll.

A hagyományos evolvens csigamarót elméletileg egy evolvens csigából származtatják. A csiga csavarfelületének és a csavar-homlokfelületnek a metszéséből jön létre egy fogsor, amelyet majd hátramunkálnak a hátszög biztosítása céljából. Az elméleti homlok-csavarfelület tulajdonsága, hogy az osztóhengeri átmérő minden pontjában merőleges a csiga vezércsavarvonalára. Ebben az esetben a homlokszög értéke 0° .

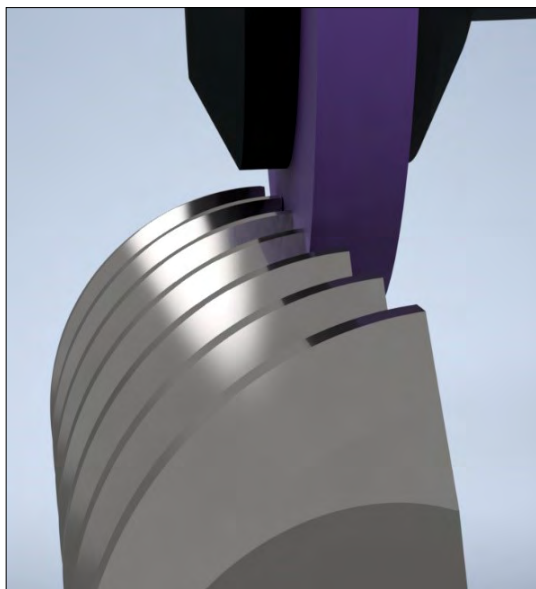
A csigamaró hagyományos szerszámgépekkel történő elkészítése során azonban bizonyos egyszerűsítéseket végeztek. Mivel az evolvens csiga pontos elkészítése hagyományos szerszámgépekkel bonyolult (a csavarvonalra merőleges szelvényben a profil nem egyenes), ezért a gyakorlatban a fogra merőleges normál szelvényben egyenes profilú, ZN1-típusú csigából indulnak [6].

A homlokfelület-csavarfelület kialakításának szerepe abban áll, hogy a begördülő és kigördülő oldali forgácsoló éleken közel ugyanaz a konstruktív geometria keletkezzen, a fog két oldaléle közel azonos éltartamának biztosítására.

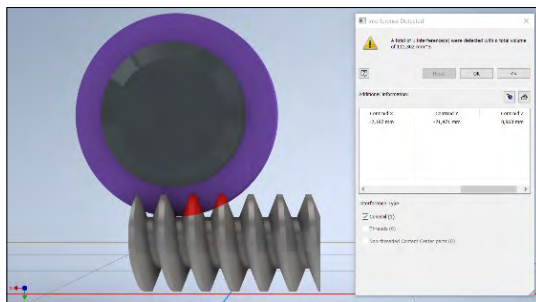
A modellezés során első lépésben a hibával generáló, egyenes homlokfelületű kőszörűtárcsával való fenést modelleztük, különböző kőszörűtengely-dőlésszögekre és különböző kőszörűtárcsa-átmérőkre.

A modellben megjelenő interferencia adja meg az elmetzés számszerű értékét. Az interferenciát a kőszörűkorong és a csiga közt vizsgáljuk, az

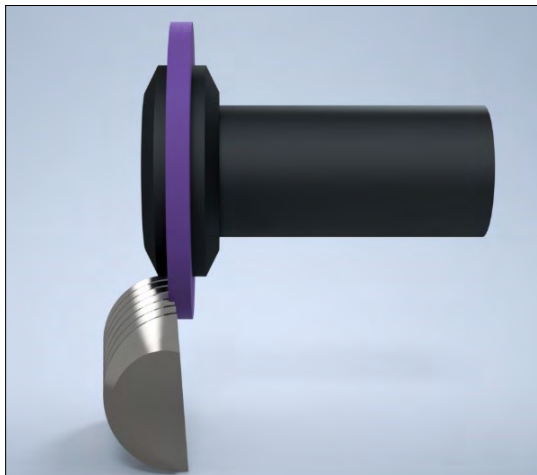
Autodesk Inventor szoftver beépített interferenciavizsgáló moduljával. Az alábbi képeken adott kőszörűtárcsa-átmérő és tengely dőlésszögének megfelelő interferenciahelyzeteket szemléltetünk.



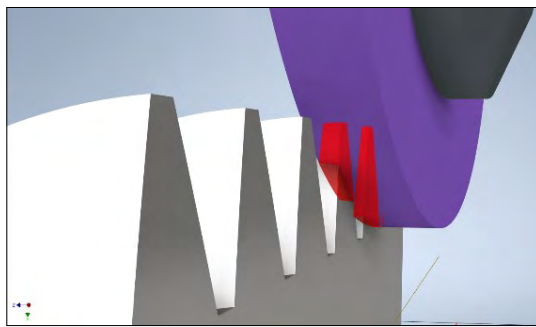
6. ábra. A kőszörűtárcsa alámetszése



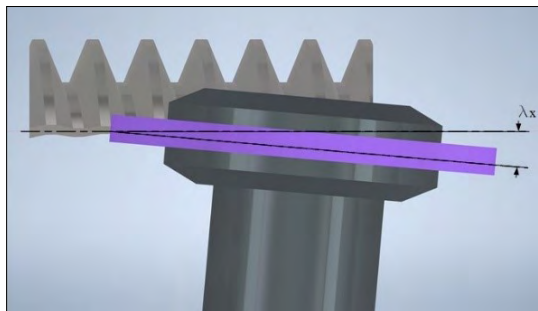
7. ábra. Interferenciaanalízis



5. ábra. A kőszörűtárcsa és a csiga homlokfelületének modellje



8. ábra. Az interferencia térbeni megjelenítése



9. ábra. A köszörűszerszám-tengely dőlésszögének (λ_x) ábrázolása

4. Numerikus szimuláció

Az előző fejezetben bemutatott interferenciahibák az elméleti homlokfelület elmetésését okozák. A hiba nagysága a köszörűszerszám-tengely dőlésszögétől és átmérőjétől jelentős mértékben függ.

4.1. A köszörűszerszám-tengely dőlésszögének hatása

A köszörűszerszám-tengely dőlésszögét (9. ábra) a lábhengeri, osztóhengeri és fejhengeri csavarvonal-dőlésszögnek megfelelő szögértékekre vizsgáltuk.

A különböző értékű kidöntéseket alkalmazva a szerszámon újabb interferenciavizsgálatokat készítettünk, amelyekből az 1. táblázatban feltüntetett maximális alámetszési értékeket találtuk a köszörűszerszám és az elméleti homlokfelület között, normál irányban értelmezve.

4.2. A köszörűtárcsa átmérőjének hatása

A köszörűtárcsa tengelydőlésszögén kívül a köszörűtárcsa átmérője is nagymértékben befolyásolja az alámetszés értékét; a kapott értékeket szintén az 1. táblázatba foglaltuk. A vizsgált köszörűtárcsa-átmérők rendre 112,5 mm, 160 mm és 200 mm voltak.

5. Következtetések

A köszörűtárcsa-típusú szerszámmal történő csigamarófenés és -újraélezés a gyakorlatban alkalmazott technológia. Számos alkalmazását láthatjuk szerszám-, szerszámgép-bemutató videók és gyakorlati megvalósítások esetén. A síklapú köszörűtárcsa beállítása jóval egyszerűbb, mint a hagyományos profilozott köszörűtárcsára alkalmazott szerszámgép-beállítás. Hátránya, hogy a köszörűtárcsa homlokfelületével történő fenés ideális esetben is a fenti táblázatban összegezett mértékű hibát adja, amelyeket kiegészít a be-

1. táblázat. A különböző csavarparaméter-dőlésszög és a köszörűkő-átmérő hatása.

Maximális normál irányú alámetszési méret [mm]				
Ssz.	Köszörűkő-átmérő [mm]	la	lo	lf
1	112.5	1,136	0,965	0,792
2	160	1,268	1,082	0,893
3	200	1,511	1,291	1,064

állításokból és pontatlanságokból adódó hiba. Mindezen hibák összessége a csigamaró homlokfelületének hibás kivitelezéséhez vezet, ami miatt nem megfelelő funkcionális élgeometriát és hibás profilt kapunk. Az említett hibák a szerszáméltartam és a gyártott fogazat pontosságának csökkenését eredményezik.

Köszönetnyilvánítás

A szerzők ezúton fejezik ki köszönetüket Magyarorszag Collegium Talentum programjának támogatásáért.

Szakirodalmi hivatkozások

- [1] Máté M.: *Hengeres fogaskerekek gyártószerszamai*. Erdélyi Múzeum-Egyesület, 2016.
<https://doi.org/10.36242/mtf-12>
- [2] Radzevich S. P.: *Gear Cutting Tools: Fundamentals of Design and Computation*. CRC Press, NY, 2010.
- [3] Balajti Zs., Dudás I.: *The Monge Theorem and Its Application in Engineering Practice*. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 91/1-4. (2017) 739-749.
<https://doi.org/10.1007/s00170-016-9763-1>
- [4] Atanasiu Gh.: *Algebra liniară, geometrie analitică și diferențială, ecuații diferențiale*. All, București, 1998.
- [5] Tolvaly-Roșca F.: *A számítógépes tervezés alapjai. AutoLisp és Autodesk Inventor alapismeretek*. Erdélyi Múzeum Egyesület, 2009.
<https://doi.org/10.36242/mtf-07>
- [6] Hollanda D.: *Așchiere și scule*. Reprografia I.I.S. Tg. Mures, 1982.
- [7] Hodgyai N., Máté M., Tolvaly-Roșca F., Drăgoi M. V.: *Peculiarities of the Grinding Process of a Gear Hob Helical Rake Face*. Acta Universitatis Sapientiae, Electrical and Mechanical Engineering, 13. (2021) 39-51.
<https://doi.org/10.2478/auseme-2021-0004>.