



A FÖDÉMRENDSZEREK MODELLEZÉSE

THE MODELLING OF SLAB SYSTEMS

Fekete Máttyás

Kolozsvári Műszaki Egyetem, Építőmérnöki Kar. Kolozsvár, Románia, feketematyas01@gmail.com

Abstract

The finite element method (FEM) has been an essential tool for engineers for decades, yet, like any tool, its limitations must be understood and accounted for. The quality of results heavily depends on the model's accuracy. This study aims to establish best practices for correct structural modeling, focusing on slab and beam systems.

Keywords: slab, FEM, finite element method.

Összefoglalás

A végeelem módszer (FEM) évtizedek óta a mérnökök arzenáljának szerves része, azonban, mint minden eszköz esetében, fontos, hogy ismerjük a gyengeségeit, és ezeknek tudatában használjuk. Az eredmények minősége nagyban függ a modell minőségétől. Ezen kutatás célja a helyes modellezési szokások meghatározása.

Kulcsszavak: födém, FEM, végeelem módszer.

1. Bevezetés

A modern építőmérnöki gyakorlatban a födémrendszerek pontos modellezése kulcsfontosságú a biztonságos és gazdaságos szerkezetek tervezéséhez. A födémek nemcsak a függőleges terhek továbbításában játszanak szerepet, hanem a teljes épületszerkezet merevségéhez is hozzájárulnak. A megfelelő modellezési módszerek alkalmazása lehetővé teszi a terhek pontos eloszlásának és a szerkezeti viselkedésnek a megbízható előrejelzését. Gyakori hiba, hogy a mérnökök nem ellenőrzik hagyományos módszerekkel az eredményeiket, de emellett gyakori hibák a modell helytelen felépítése, az inerciamomentumok helytelen csökkentése és a helytelen csomóponti merevség. Emellett gyakran nincs figyelembe véve az eredmények leolvasásakor, hogy a gerendák és oszlopok egydimenziós (lineáris) elemek, míg a födémek kétdimenziós (felületi) elemek, és a találkozási pontjaikban pontszerűen megugranak az eredmények.

2. Gerendák

2.1. Alátámasztási feltételek

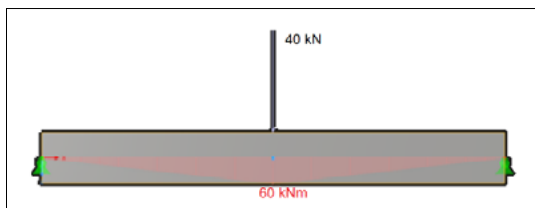
A számítások során a gerendát a tengelye és a keresztmetszetének, illetve anyagának tulajdonsága alapján vesszük figyelembe (Young-modulusz, terület, inerciamomentum). Egy falra egyszerűen alátámasztott gerenda esetén a kézi számolás egyszerű: a gerenda hossza egyik fal tengelyétől a másikig tart, a gerenda tengelye közvetlenül a falakon fekszik.

$$M = \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2} = \frac{P \cdot L}{4} \quad (1)$$

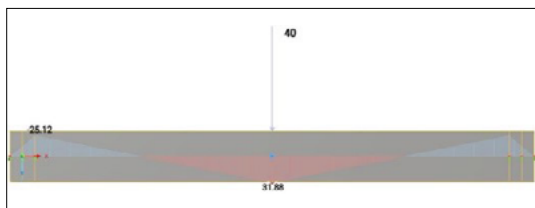
Egy 40 kN nagyságú erő és egy 6 méter hosszú gerenda esetén: $M = 60$ kNm.

A legegyszerűbb modellezési lehetőség az, ahol a gerendát a tengely szintjén támasztjuk meg, pontszerűen. Mint az **1. ábrán** látszik, ez egyezik a kézi számolás eredményével.

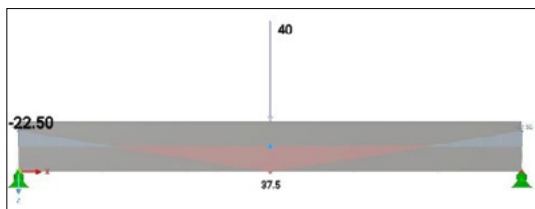
Ha a támaszként szolgáló, 30 centiméter vastag falat nem csak tengelyében tekintjük, és támaszként használjuk a tengelye mellett mindkét szélét is, egy, a valóságtól igencsak elrugaszkodott haj-



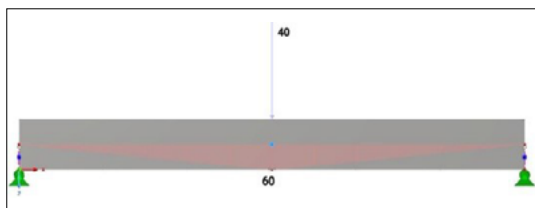
1. ábra. Nyomatékdiagram pontszerű tengelyi támasszal



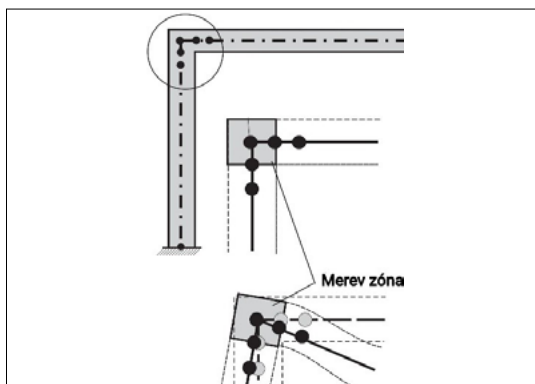
2. ábra. Nyomatékdiagram többszörös tengelyi támasszal



3. ábra. Nyomatékdiagram pontszerű támasszal a gerenda alján



4. ábra. Nyomatékdiagram pontszerű támasszal és merev összeköttetéssel



5. ábra. Merev zóna a csomópont körül

lítónyomaték-diagramot kapunk. A maximális nyomaték 31,88 kNm-re csökkent, míg az eddig nyomatékmentes támaszokban megjelent egy 25,12 kNm-es nyomaték, mint az a 2. ábrán látható.

A grafikus kezelőfelület megtréfálhatja a szoftverhasználatban kevésbé jártas mérnököket, és arra gondolva, hogy a valóságban a gerenda alján található a támasz, a gerenda középtengelyének eltolást állítanak be, az „offset” funkció használatával. Ez esetben a maximális nyomaték 37,5 kNm lesz, míg a támaszok fölött 22,5 kNm. (3. ábra)

Ha mégis eltolást szeretnénk végezni, egy másik lehetőség rá egy merev kapcsolat létrehozása a támasz és a gerenda tengelye között, a „rigid link” funkcióval. (4. ábra)

2.2. Keretszerkezet csomópontjai

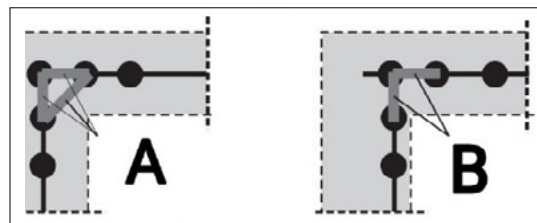
A legegyszerűbb modellezési technika során a gerendák az első oszlop középtengelyétől a következő oszlop középtengelyéig tartanak. Ezután a csomópontokban leolvasott hajlítónyomaték értékét csökkenteni kell M' -vel:

$$M' = V \cdot d \quad (2)$$

ahol V a gerenda végén megjelenő nyíróerő, d pedig a támasz hosszának (az oszlop szélességének) a fele.

Azonban az így megkapott erők nem teljesen valóságosak: bár az elmélet az oszlopokra és gerendákra egydimenziós elemként tekint, magasság és szélesség nélkül, a valóságban ez nincs így. Emiatt a keretszerkezet csomópontjai jelentősen merevbbek, mint ahogy ezt az egyszerűsített modellek feltételezik (5. ábra).

A csomópontokat két módon lehet helyesen merevíteni [1]. Egyik módszer, hogy a gerenda és oszlop $2 \cdot d$ távolságon belüli pontjait végtelenül merev rácsos tartóval kötjük össze, így biztosítva a pontok együtt mozgását, ez a 6. ábrán az „A”-val jelzett lehetőség. A „B” lehetőség során az egy sorban lévő pontok közé merev összeköttetést helyezünk. A merev zóna miatt a középső nyomaték 10 %-kal változik, azonban a középső elhajlás 50%-kal csökkent. [1, 2].



6. ábra. Csomópont merevítése

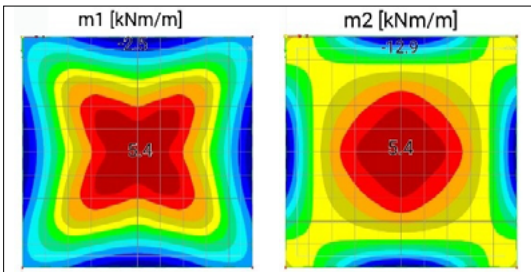
3. Födémek

3.1. Alátámasztási feltételek

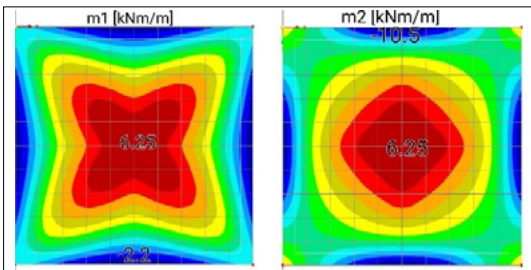
Egy födém pontos tervezéséhez több terhelési mintát is szükséges felhelyezni az elemre. Emiatt nem gazdaságos, sem idő, sem számítási kapacitás szempontjából a teljes szerkezetre felhelyezni ezeket a terheléseket – a megszokott procedúra szerint ehhez külön modellre van szükség. Ezen modellenél (is) felmerül a kérdés: hogyan érhető el a legvalóságosabb modell, a lehető legkisebb számítási kapacitás felhasználásával? Egy 5×5 méteres, egyenletesen megoszló teher alá helyezett födém esetében a következők az eredmények.

A 7. ábrán a legegyszerűbb modellezési lehetőség látható, ahol a födém minden szélén vonal menti támasz található.

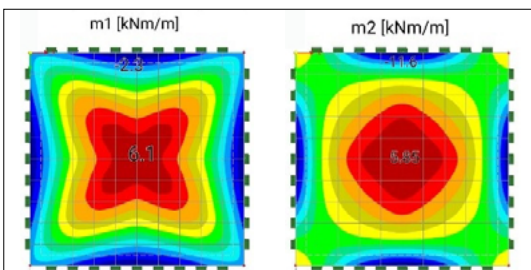
A 8. ábrán látható eredmények esetén a födém szélei alatt egy 3,00 méter magas fal van, alattuk



7. ábra. Főnyomaték-diagram vonal menti támasz esetén



8. ábra. Főnyomaték-diagram támaszként szolgáló fal esetén



9. ábra. Főnyomaték-diagram két félszint esetén

pedig végig vonal menti támasz. Az eredmények 13–18 %-kal térnek el.

Az egyszerűsített módszer után talán a legelterjedtebb módszer a födém fölötti és alatti szint felének a bemodellezése. Az 1,50 méter magas falak külső határait visszamenti támaszt kell helyezni és így a valós szerkezethez hasonlóan viselkedő, csökkentett modell érhető el. A 7. ábra eredményeihez képest 4–10 %-os eltérés figyelhető meg (9. ábra). Ez azt jelenti, hogy a legszimplább modell is közel áll a valósághoz.

3.2. Anyagtulajdonság – Poisson-arány

A Poisson-arány az anyag hosszanti és keresztirányú deformációja közti hányados. Az Eurocode 2 meghatározása szerint $\nu=0,2$ a nyomott részen, és $\nu=0,2$ a húzott részen. [3] Bár ez oszlopok esetén hasznos, egy födém esetén, amelyet hajlítás ellen terveznek, azaz mindig van egy nyomott és egy húzott része, ez nem segít sokat.

Bittner 1965-ös tesztjei során arra jutott, hogy a $\nu=0,0$ a leghelyesebb érték, amelyet vasbeton födécek tervezéséhez használhatunk. [4] Ezen értéknek egy hátránya van: alábecsüli a nyomóerőket a födémekben – azonban ez nem probléma, mivel a húzóerőkre méretezzük a vasalást.

Emellett az Eurocode 2 kimondja, hogy a keresztirányú vasalás legalább 20%-a legyen a hosszantiak, így a Poisson-arány körüli diskurzus elveszti relevanciáját.

3.3. Emelkedő födécek

Abban az esetben, ha a födém felemelkedhet a támaszról, megváltozik a nyomatékok értéke a lineáris végeelemmódszertől.

Az 1. táblázatban található a támasz fölötti csavarás, a középső hajlítónyomatékok, a legnagyobb hajlítónyomaték, nyíróerők (méterenkénti)

1. táblázat. Nyomatékok változása emelkedés hatására

	Czerny (1999)	Végelem módszer (+100%)	Végelem módszer Födém emelkedhet
$m_{y_{max}}$ in kNm/m	15.3 (132%)	11.6	7.1 (61%)
$m_{y_{min}}$ in kNm/m	18.3 (98%)	18.7	21.0 (113%)
$m_{x_{min}}$ in kNm/m	7.0 (97%)	7.2	7.5 (104%)
$m_{y_{max}}$ in kNm/m	7.2 (96%)	7.5	9.1 (121%)
$V_{y_{max}}$ in kN/m	18.2 (102%)	17.9	23.9 (134%)
$V_{y_{min}}$ in kN/m	26.5 (106%)	25.0	34.5 (138%)
$V_{x_{min}}$ in kN/m	21.2 (98%)	21.6	23.3 (108%)
$V_{y_{min}}$ in kN/m	25.6 (97%)	26.5	28.0 (106%)
$F_{x_{min}}$ in kN	30.7 (124%)	24.8	-
f in mm	24.5 (105%)	23.4	27.3 (117%)

és az emelőerő. Mint látható, ha nincs megakadályozva a támaszokról való emelkedés, ez komoly változásokat hoz a nyomatékok értékeihez [5].

4. Következtetések

A modern építőmérnöki modellezés során a gerendák és födécek pontos tervezése döntő szerepet játszik a szerkezetek biztonságos és gazdaságos kivitelezésében. A gerendáknál különösen fontos a támaszfeltételek és a csomóponti merevség helyes kezelése, mivel ezek jelentősen befolyásolják a nyomatékok és elhajlások nagyságát.

Födémek esetén az alátámasztási feltételek, a Poisson-arány és az emelkedés hatása szükséges figyelembevételével érhető el pontos eredmény. A szoftveres modellezés mellett mindig javasolt a kézi számításokkal való ellenőrzés, hogy elkerüljük a gyakori hibákat, és biztosítsuk a szerkezet megfelelő viselkedését.

Szakirodalmi hivatkozások

- [1] Rombach G.A.: *Finite-Element Design of Concrete Structures. Practical Problems and Their Solutions*. 2. kiadás. ICE Publishing, London, 2011. 14–19.
- [2] Rombach G.A.: *Bangkok Expressway – Segmentbrückenbau contra Verkehrschaos*. 1. kiadás. Schriftenreihe des Institutes für Massivbau und Baustofftechnologie, Karlsruhe, 1995. 545–565.
- [3] EN 1992-1-1: 2004 - Eurocode 2: Design of Concrete Structures - Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings
- [4] Bittner E.: *Platten und Behälter*. Springer Verlag, Wien, 1965.
- [5] Czerny F.: *Tafeln für Rechteckplatten. Betonkalender. I*. Ernst&Sohn Publisher, Berlin, 1999.